

TU ESCUELA
EN CASA

Ministerio de
EDUCACIÓN



GOBIERNO DE LA
PROVINCIA DE
CÓRDOBA



entre
todos

Seguimos aprendiendo sobre funciones: lo cuadrático (Parte II)

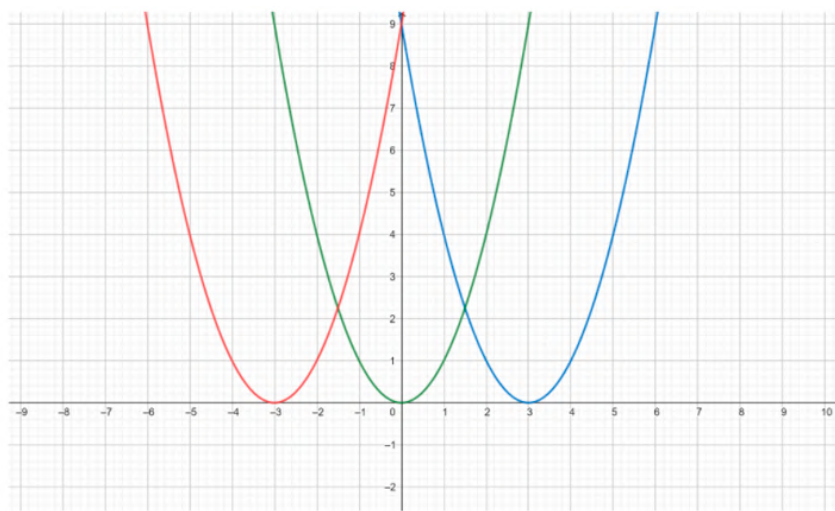
NIVEL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA / 4.º, 5.º Y 6.º AÑO
MATEMÁTICA

Palabras clave: función cuadrática parámetros / vértices / problemas /
funciones / variaciones cuadráticas / vértice de la función



ISEP

Seguimos aprendiendo sobre funciones: lo cuadrático (Parte II)



:: Presentación

Nos encontramos nuevamente para avanzar en el estudio de la función cuadrática. En la secuencia anterior “Un nuevo tipo de función: lo cuadrático (Parte I)” (Picca, Vélez y equipos..., 2021), trabajamos con funciones cuadráticas de la forma $y = ax^2$ donde a , el coeficiente cuadrático, es un número real. Analizamos la representación gráfica de esta función, y el modo en que varía el gráfico a medida que se modifica el valor del coeficiente a .

En esta segunda parte, les proponemos actividades para analizar el comportamiento de las funciones cuadráticas incorporando otros coeficientes.

:: Parada 1. Un nuevo término se agrega a la fórmula y $= ax^2$

Para el cálculo del área de figuras con características particulares, es útil la escritura de fórmulas de funciones cuadráticas. En algunas ocasiones, a la fórmula $y = ax^2$ se le agrega otro término.

En las siguientes actividades analizarán cuál es ese término y cómo éste cambia la gráfica de la función.

Antes de comenzar con las resoluciones de las diferentes actividades, les recomendamos volver a leer la información de “Un nuevo tipo de función: lo cuadrático (Parte I)” (Picca, Vélez y equipos..., 2021) que figura debajo del título **Importante**.

ACTIVIDAD 1 | Carteles publicitarios

La cadena de hipermercados necesita ahora carteles rectangulares de publicidad para pegar en el vidrio exterior de sus locales.

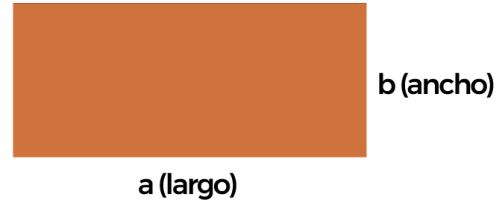
Los diseñadores recomiendan colocar una cinta reforzada en el contorno de cada cartel. La cinta viene en rollos de 24 m y no puede ser recortada ni superpuesta. ¿Cuánto deben medir los lados del cartel para que su área sea la máxima posible?

- a. Usen la siguiente tabla que muestra el área del cartel, en función de las medidas de sus lados (largo y ancho). Para orientarte en la búsqueda de la solución, piensen que existen muchos rectángulos que tienen 24 metros de perímetro. Agreguen todas las filas que necesiten.

A modo de ejemplo, completamos dos filas:

Largo del cartel (m)	Ancho del cartel (m)	Área (m ²)
1	11	11
1,5	10,5	15,75

- b. Les proponemos que compartan con un compañero la solución al problema anterior, y entre los dos analicen cuánto deben medir los lados del cartel para que su área sea la máxima posible.
- c. Escriban la fórmula que permita averiguar el área del cartel en función de la medida del largo. Para escribir la fórmula, es necesario que tengan en cuenta lo siguiente:
- Perímetro del rectángulo = $2a + 2b$.
- En el caso de este problema, $24 = 2a + 2b$
- Al elegir la medida del largo queda definida la medida del ancho, es decir que el ancho depende del largo. En el caso de este problema, $b = (24 - 2a) / 2$, si se simplifica por 2 la expresión anterior, se obtiene la expresión equivalente más simple $b = 12 - a$.
- d. Compartan con un/a compañero/a la fórmula que encontraron y conversen si es adecuada o la deben modificar. Escriban la fórmula que acordaron.



Importante

La fórmula que escribieron es un caso particular de la función:

$$y = ax^2 + bx$$

x es la variable independiente
 y es la variable dependiente

Coeficiente cuadrático (señalando a a)
 Coeficiente lineal (señalando a b)

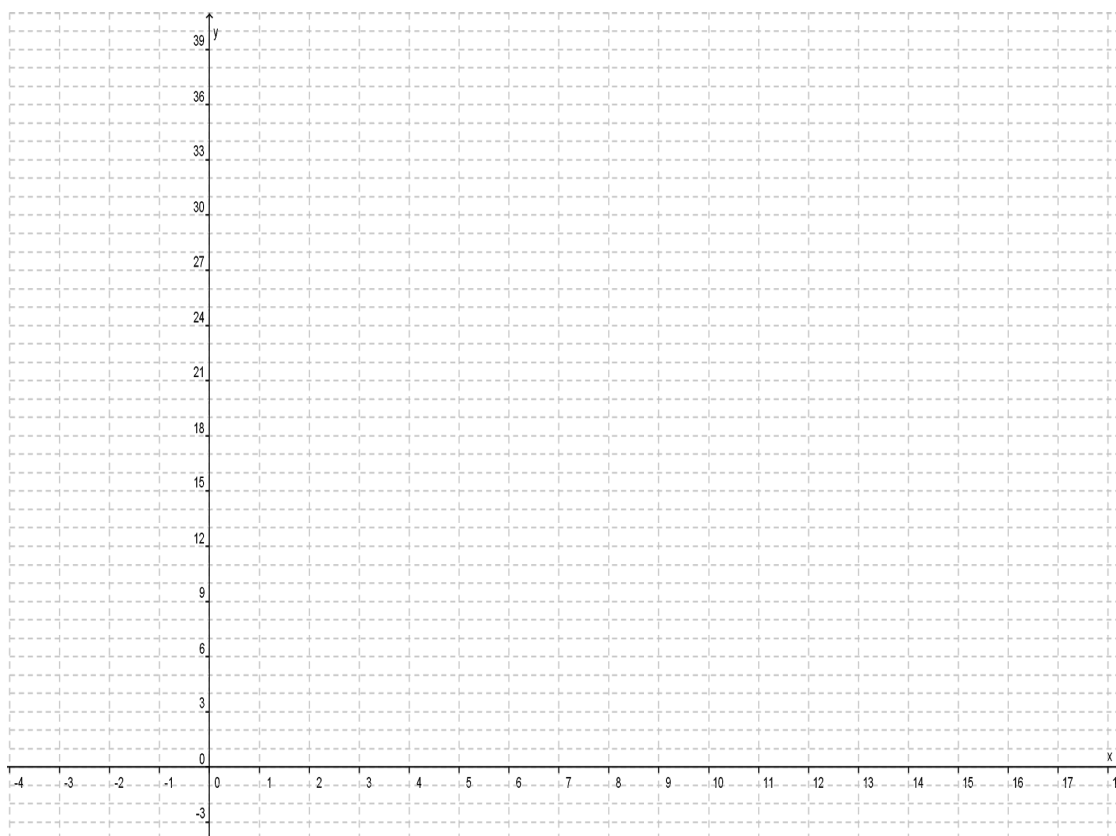
Las funciones que tienen esa fórmula también son **funciones cuadráticas**. Y por eso su **representación gráfica es una parábola**.

Estas funciones están definidas para todo número real, es decir, que su dominio son números reales.

ACTIVIDAD 2 | Características de la gráfica

- a) Representen en este sistema de coordenadas cartesianas la función obtenida en el ítem c) de la actividad 1. Para que les resulte más fácil hacer la representación gráfica de la función, pueden transcribir acá los valores de la primera y la última columna de la tabla del ítem a) de la actividad 1 que corresponden a esa función.

x: largo del cartel (m)	y: área (m ²)
1	11
1,5	15,75





Importante

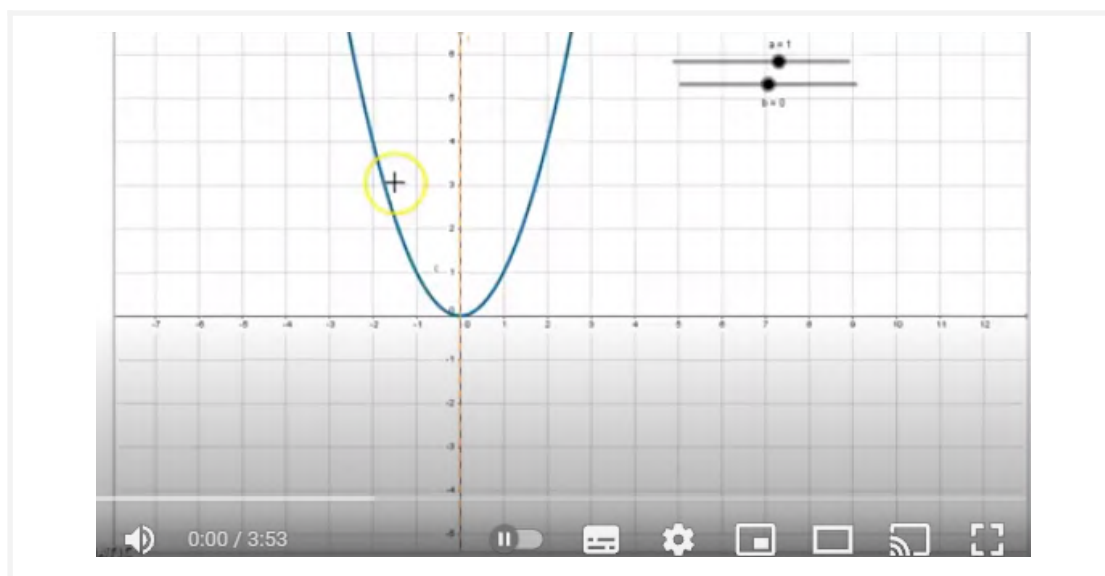
La parábola que representa esta función cuadrática se encuentra desplazada sobre el eje “x”, en comparación con la parábola de la función que representaron en “Un nuevo tipo de función: lo cuadrático (Parte I)” (Picca, Vélez y equipos..., 2021). Este **desplazamiento se debe al término $12x$** que aparece en la fórmula de la función graficada: $y = -x^2 + 12x$.

Como $a = -1$ la parábola tiene sus ramas orientadas hacia abajo, **el vértice de la parábola** corresponde al **máximo valor** que toma la función $y = -x^2 + 12x$.

El valor x del vértice es $x_v = \frac{-b}{2a}$. En este caso particular es 6.

El **eje de simetría de la parábola** es una recta paralela al eje “y” que pasa por el valor x del vértice (x_v).

- b) Los invitamos a ver el siguiente video, en el que se muestra la forma que toma la gráfica de la función cuadrática $y = ax^2 + bx$, a medida que se modifica el valor del coeficiente “b”. Este coeficiente indica el desplazamiento de la parábola sobre el eje “x”, es decir, si se traslada hacia la derecha o la hacia la izquierda sobre el eje “x”, respecto de la parábola de la función $y = ax^2$.



c) Luego del visionado del video, **resuelvan** las siguientes actividades en sus carpetas:

- **Señalen** en el gráfico —que realizaron en el ítem a) de la actividad 2— el vértice de la parábola y el eje de simetría.
- **Respondan** estas preguntas:
 - ¿Por qué la parábola está desplazada hacia la derecha sobre el eje “x”?
 - ¿Para qué valores del largo del cartel su área es 27 m^2 ? Representen esos rectángulos. Tengan en cuenta lo escrito en el ítem c) de la actividad 1, respecto del perímetro del rectángulo.
 - ¿Para qué valores del largo del cartel su área es 0 m^2 ? ¿Por qué para esos valores el área es 0 m^2 ?

ACTIVIDAD 3 | A usar lo que aprendieron

Se quiere encontrar todos los valores de dos números reales **x** e **y** que cumplen con la siguiente condición:

El cuadrado de la diferencia entre el primer número (x) y 2 es igual al segundo número (y) más 4.

- Escriban la fórmula que permite averiguar el valor de **y** en función del valor de **x**.
- Representen gráficamente los números que cumplan esa condición.
- Señalen en el gráfico el vértice de la parábola y el eje de simetría.
- Escriban el **x_v** .



:: Parada 2. El último término que completa la fórmula de las funciones cuadráticas

En la parada 1, analizaron la fórmula $y = ax^2 + bx$ y el modo en que varía el gráfico a medida que se modifica el valor del coeficiente b . En las siguientes actividades, analizarán otro término que se agrega a la función cuadrática y cómo éste cambia la gráfica de la función.

ACTIVIDAD 1 | Publicidad y logo

Finalmente, la cadena de hipermercados decidió colocar en el vidrio exterior de sus locales carteles de publicidad de 24 m de perímetro y de distintas áreas.

Al lado de cada cartel se pegará otro con el logo de los diseñadores. Este logo es un círculo de 30 cm de radio.

- a) ¿Cuál es la fórmula que permite calcular el área total del vidrio que cubren estos dos carteles (del hipermercado y del logo)?

Ayuda: Para escribir la fórmula es necesario que tengan en cuenta la fórmula que escribieron en el ítem c), carteles particulares de la parada 1, y considerar que el área del círculo es $\pi \cdot r^2$.



Importante

La fórmula que escribieron es un caso particular de la función:

$$y = ax^2 + bx + c$$

x es la variable independiente
 y es la variable dependiente

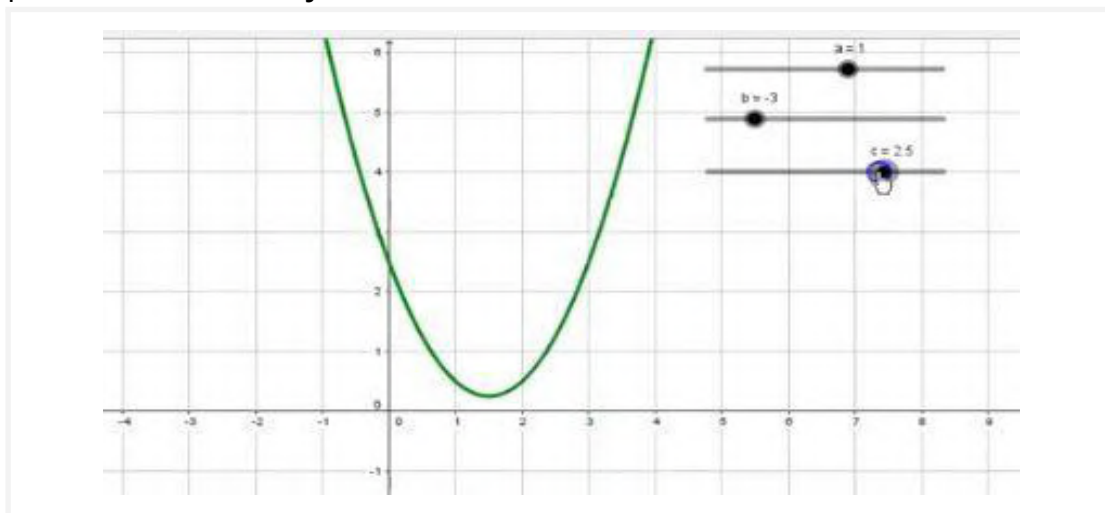
Coeficiente cuadrático
Coeficiente lineal
Coeficiente independiente

Las funciones que tienen esa fórmula también son **funciones cuadráticas**. Y por eso su **representación gráfica es una parábola**.

Estas funciones están definidas para todo número real, es decir que su dominio son números reales.

ACTIVIDAD 2 | Características de las gráficas

- a) Miren el siguiente video, en el que se muestra la forma que toma la gráfica de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$, a medida que se modifican los coeficientes “a”, “b” y “c”. El coeficiente “c” indica el desplazamiento de la parábola sobre el eje “y”, es decir, si se traslada hacia arriba o hacia abajo sobre el eje “y”, respecto de la parábola de la función $y = ax^2$.



Para recordar lo visto hasta el momento

- El signo del coeficiente “a” define la orientación de las ramas de la parábola, es decir, si las ramas son hacia arriba o hacia abajo. También, el valor de este coeficiente indica si las ramas están más próximas o más alejadas del eje “y”.
- El coeficiente “b” indica el desplazamiento de la parábola sobre el eje “x”, es decir, si se traslada hacia la derecha o la hacia la izquierda, sobre el eje “x”, respecto de la parábola de la función $y = ax^2$.

- b) Luego del visionado del video, utilicen el siguiente enlace <https://www.geogebra.org/m/YRjCZNxb> e ingresen los valores “a”, “b” y “c” de la función obtenida en la actividad 1 de esta parada. Luego, observen la parábola de esa función y respondan estas preguntas:

- ¿Cómo están orientadas las ramas? ¿Por qué?
- ¿Cuáles son las coordenadas del vértice? ¿El vértice es el máximo o el mínimo de la función? ¿Por qué?
- ¿Para qué valores de “x”, $y = 0$? ¿Cómo está señalado en la representación gráfica?
- ¿Hacia dónde está desplazada la parábola con respecto a la función $y = ax^2$?

:: Parada 3. En acción

Llegó el momento de aplicar todo lo que han aprendido a lo largo de las diferentes situaciones que resolvieron. Para ello, les proponemos que completen las siguientes actividades.

ACTIVIDAD 1 | ¡A graficar y analizar!

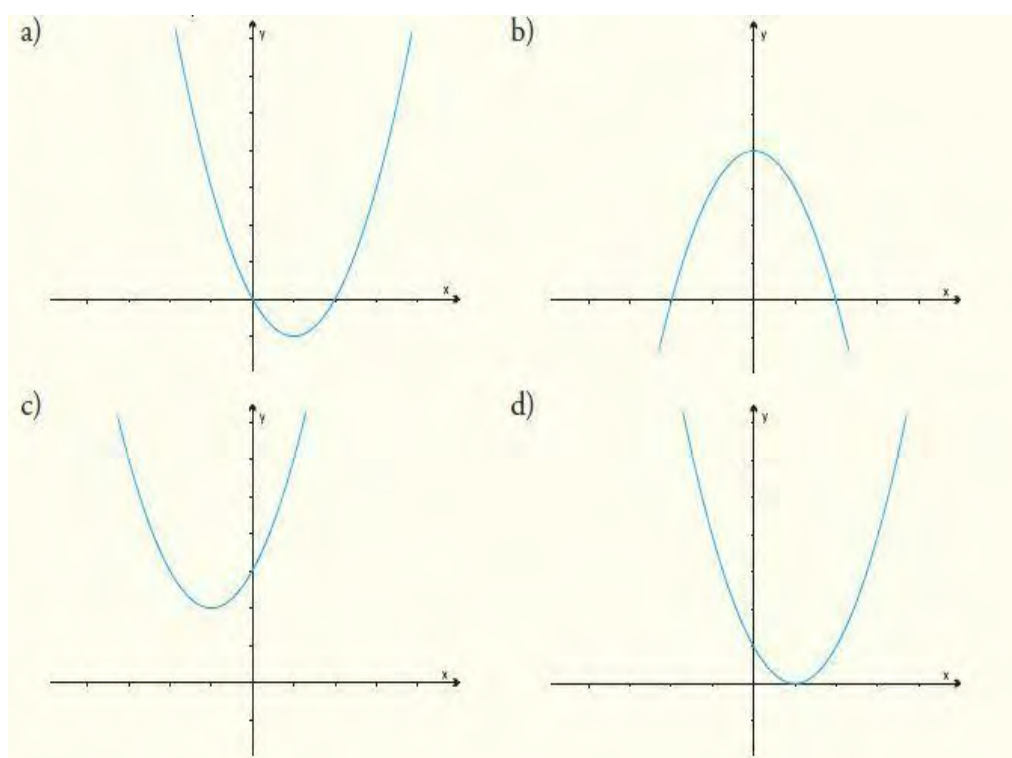
- a. Representen en un mismo sistema de coordenadas cartesianas estas funciones.

$$y = -x^2 \quad y = -x^2 + 4 \quad y = -x^2 + 2x \quad y = -x^2 + 2x + 4$$

Observen nuevamente el [video](#). Analicen si en las gráficas que hicieron han considerado cómo modifican los coeficientes “b” y “c” la parábola de la función $y = -x^2$.

ACTIVIDAD 2 | Los signos de los parámetros

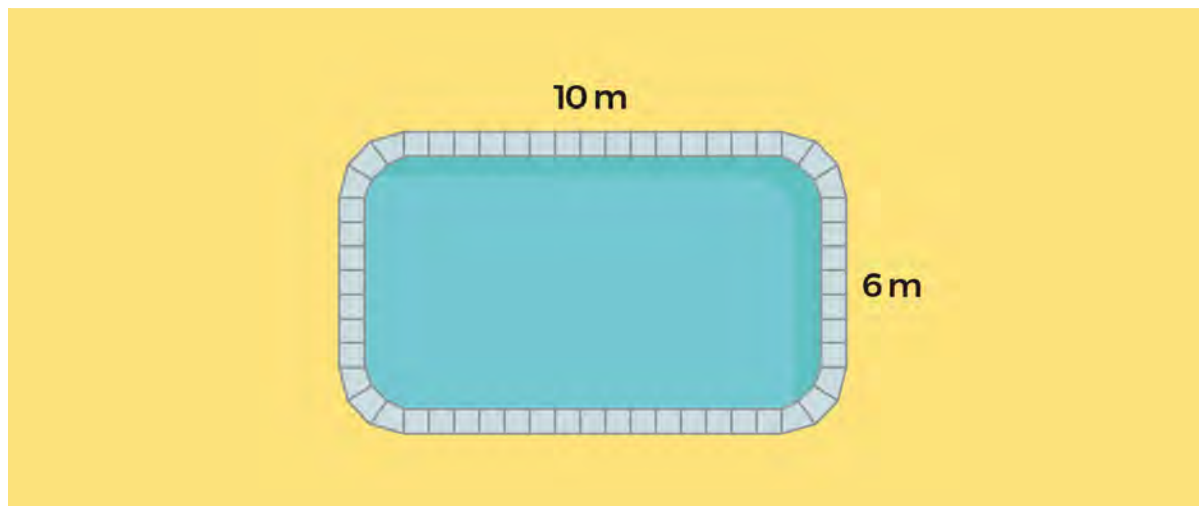
Los siguientes gráficos representan funciones cuadráticas, cuya expresión es $f(x) = ax^2 + bx + c$. Indiquen en cada caso el signo de los parámetros a, b y c. Justifiquen cada respuesta (Ministerio de Educación de la Nación, 2010, p. 94).



Fuente: Ministerio de Educación de la Nación, 2010, p. 94

ACTIVIDAD 3 | El deck de la pileta

En un predio de cabañas para vacaciones construyeron una pileta cuyas medidas son 10 metros de largo por 6 metros de ancho. Los dueños quieren hacer un *deck* (terrazza dispuesta sobre un terreno, que puede estar elevada o no) de madera alrededor de la pileta como muestra el siguiente dibujo.



El ancho del *deck* será constante en todo el contorno. Respondan, en sus carpetas, las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto mide la superficie que se cubrirá con madera si el ancho del *deck* es de 2 metros?
- ¿Cuánto mide la superficie que se cubrirá con madera si el ancho del *deck* es de 3 metros?
- ¿Cuál es la fórmula que permite calcular el área del *deck* en función de su ancho?

Ayuda: Para encontrar la fórmula, pueden elaborar primero una tabla de valores con el ancho del *deck* y el área a cubrir. Consideren los valores obtenidos en los dos ítems anteriores.

:: Referencias

- Gobierno de la provincia de Córdoba. Ministerio de Educación. Secretaría de Estado de Educación. Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. (2015). *Matemática: evaluar para conocer los saberes de nuestros estudiantes en el marco del desarrollo de capacidades fundamentales*. [Fascículo 16]. Córdoba, Argentina. Disponible en <https://bit.ly/30ir6Lv>
- Lloret, Viviana. (s/f). *Análisis completo de la función cuadrática*. Disponible en <https://bit.ly/41QQh21>
- María BM. (16 de abril de 2017). *Función cuadrática $y=ax^2+bx$* [Archivo de video]. Disponible en <https://bit.ly/3MCRISL>
- María BM. (16 de abril de 2017). *Función cuadrática completa $y=ax^2+bx+c$* [Archivo de video]. Disponible en <https://bit.ly/41UBCCO>
- Ministerio de Educación de la Nación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica. (2010). *Funciones elementales para construir modelos matemáticos*. Buenos Aires. Disponible en <https://bit.ly/3Dy77XA>
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. (2014). *Matemática. Función cuadrática, parábola y ecuaciones de segundo grado*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Disponible en <https://bit.ly/3mUvN63>
- Picca, E.; Vélez, L. y equipos de producción del ISEP. (2021). Un nuevo tipo de función: lo cuadrático (Parte I). *Tu Escuela en Casa*. Para el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.
-

ORIENTACIONES PARA LOS Y LAS DOCENTES

En la secuencia “Seguimos aprendiendo sobre funciones: Lo cuadrático (Parte II)”, se ofrecen actividades vinculadas con la interpretación de tablas, gráficos y fórmulas que representen variaciones cuadráticas de la forma $y = ax^2 + bx + c$. Se tuvo en cuenta el tipo de situaciones que se modelizan con funciones cuadráticas. Al mismo tiempo, se consideraron los saberes previos que se requieren para iniciar la resolución de las actividades que favorezcan la construcción de los aprendizajes y contenidos asociados a estas funciones cuadráticas. La resolución de las distintas actividades dará sentido a un trabajo con las distintas formas de representación —tabla, gráfico, fórmula— de las funciones cuadráticas.

La parada 1 introduce a los estudiantes en la obtención de una fórmula de la función cuadrática $y = ax^2 + bx$, a partir de resolución de un problema de área. La tarea es encontrar la medida de los lados del cartel para que su área sea máxima, conservando un perímetro dado. Inicialmente, se les propone resolver el problema usando una tabla de valores, sin recurrir a la escritura de la fórmula. Posteriormente, avanzan en la búsqueda de la fórmula $y = -x^2 + 12x$ considerando la relación que queda establecida entre la medida del largo y el ancho, a partir del perímetro dado. Luego, se continúa con un trabajo de aproximación al estudio de la función cuadrática. Para profundizar el análisis de la función $y = -x^2 + 12x$, se

les presenta a los estudiantes un video explicativo en el cual se muestra la forma que toma la gráfica de la función cuadrática $y = ax^2 + bx$ a medida que se modifica el valor del coeficiente “b”. Por último, completan una situación intramatemática para aplicar lo estudiado hasta el momento.

En la parada 2, se plantea un problema que complejiza la situación inicial de la parada 1 con el objetivo de incorporar el coeficiente “c” de la función cuadrática. El problema consiste en la escritura de la fórmula de la función $y = -x^2 + 12x + 0,28$. De manera similar a lo propuesto en la parada 1, se pide a los estudiantes observar un video en el que se analiza cómo los coeficientes “a”, “b” y “c” modifican la parábola de una función cuadrática. Luego del visionado de video, se plantea el uso de una página de GeoGebra para ingresar los coeficientes de $y = -x^2 + 12x + 0,28$, obtener y analizar la parábola correspondiente.

En la parada 3, los estudiantes tendrán que utilizar lo aprendido en las paradas 1 y 2 a través de tres actividades. En la primera, representarán y analizarán las gráficas de cuatro funciones considerando los coeficientes “b” y “c”. En la segunda actividad, se presenta el bosquejo de cuatro parábolas para que los estudiantes indiquen el signo de los coeficientes, a partir de la observación y análisis de dichos bosquejos. En la tercera actividad, buscarán la fórmula de una función cuadrática del tipo $y = ax^2 + bx + c$ que soluciona un problema extramatemático de cálculo de área.

Evaluación

La evaluación como proceso regulador del aprendizaje requiere, en este contexto particular, la concreción de un enfoque formativo de la evaluación. En este sentido, es fundamental poder recoger información sobre el estado de los saberes de los estudiantes que permita, por un lado, dar cuenta de sus avances y, por otro, tomar decisiones para orientarlos y acompañarlos en aquellas producciones cuyo desempeño ha sido poco satisfactorio en relación con lo esperado.

En este sentido, a modo de ejemplo, se muestran algunos indicadores para evaluar avances de los estudiantes, según diferentes representaciones de la función cuadrática de la forma

$y = ax^2 + bx + c$:

- Representa en un sistema de coordenadas cartesianas la información contenida en una tabla.
- Elabora fórmulas de la forma $y = ax^2 + bx$ o $y = ax^2 + bx + c$ para expresar variaciones cuadráticas.
- Reconoce cómo influye el coeficiente **b** en la representación gráfica de la función cuadrática.
- Interpreta el significado del parámetro **c** en la representación gráfica de la función cuadrática.

Frente a los “errores” descubiertos será necesario analizarlos, intentar comprender cómo y por qué se producen y plantear otras actividades o tareas similares para aquellos estudiantes que lo requieran, en función de sus dificultades. Esto les permitirá volver sobre las actividades con el propósito de revisar y alcanzar los objetivos previstos, reconociendo la diversidad de los chicos, de sus puntos de partida, de sus formas y tiempos de aprendizaje, lo que deriva en considerar las diferencias entre ellos y pensar en acciones pedagógicas flexibles y diferenciadas.

En este sentido, es importante la retroalimentación que permita a los estudiantes, identificar sus logros, sus avances, como así también sus dificultades y aprendizajes pendientes. Presentar una devolución en la que se explique qué se esperaba en cuanto a la resolución de las actividades, podría ayudar al estudiante a reflexionar sobre los errores de manera que al momento de presentar otras tareas similares le permitan superarlos.

Otro aspecto importante es alentar a los estudiantes para que escriban en sus cuadernos o carpetas qué aprendieron con las actividades propuestas en “Seguimos aprendiendo sobre funciones: Lo cuadrático (Parte II)”, cuáles le resultaron más fáciles, cuáles más complejas y por qué.

FICHA TÉCNICA:

Actividad: Seguimos aprendiendo sobre funciones: lo cuadrático (Parte II)

Nivel: Secundario

Cursos sugeridos: 4.º, 5.º y 6.º año

Asignatura: Matemática

Eje curricular: Álgebra y funciones

Objetivos:

- Elaborar gráficos y fórmulas que representen variaciones cuadráticas de la forma $y = ax^2 + bx + c$ según el problema por resolver.
- Analizar el comportamiento de las funciones cuadráticas $y = ax^2 + bx + c$ interpretando sus parámetros.

Aprendizajes y contenidos:

- Interpretación de gráficos y fórmulas que representen variaciones cuadráticas de la forma $y = ax^2 + bx + c$, según el problema por resolver.
- Análisis de comportamiento de las funciones cuadráticas de la forma $y = ax^2 + bx + c$, desde sus representaciones en gráficos y fórmulas (incluyendo interpretación y variación de parámetros, análisis de máximos).
- Uso de las funciones cuadráticas como modelo matemático para resolver problemas.

Sobre la producción de este material

Los materiales de *Tu Escuela en Casa* se producen de manera colaborativa e interdisciplinaria entre los distintos equipos de trabajo.

Autoría: Ederd Picca y Laura Vélez

Didactización: Esteban Cavalletto

Corrección literaria: Cecilia Villafañe

Diseño: Carolina Cena

Coordinación de *Tu Escuela en Casa*: Flavia Ferro y Fabián Iglesias

Citación:

Picca, E.; Vélez, L. y equipos de producción del ISEP. (2021). Seguimos aprendiendo sobre funciones: lo cuadrático (Parte II). *Tu Escuela en Casa*. Para el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.

*Este material está bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.*



La Comunidad de prácticas es un espacio de generación de ideas y reinención de prácticas de enseñanza, donde se intercambian experiencias para hacer escuela juntos/as. Los/as invitamos a compartir las producciones que resulten de la implementación de esta propuesta en sus instituciones y aulas, pueden enviarlas a: tuescuelaencasa@isep-cba.edu.ar



Los contenidos que se ponen a disposición en este material son creados y curados por el Instituto Superior de Estudios Pedagógicos (ISEP), con el aporte en la producción de los equipos técnicos de las diferentes Direcciones Generales del Ministerio de Educación de la provincia de Córdoba.

